Moknine

A.S :2008/2009

Devoir de contrôle N°2

Classes 4ème sc

Durée : 2.h

Exercice N°1: (4 pts)

Choisir la réponse correcte.

1/ La fonction $x \mapsto \tan x - x$ est la primitive qui s'annule en 0 de la fonction

☐ $x \mapsto \tan^2 x$ ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{\sin^2 x}$ ☐ $x \mapsto \sin^2 x - 1$

2/ La fonction $x \mapsto \sin x$ est la primitive qui s'annule en 0 de la fonction

☐ $x \mapsto 1 - \cos x$ ☐ $x \mapsto \cos x$ ☐ $x \mapsto \cos x - 1$

3/ La primitive sur $]-1, +\infty[$ de la fonction : $x \mapsto \dfrac{1}{(1-x)^3}$, qui s'annule en 0 est

☐ $x \mapsto \dfrac{1}{2(1-x)^2} + \dfrac{1}{2}$ ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{4(1-x)^4} - \dfrac{1}{4}$ ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{2(1-x)^2} - \dfrac{1}{2}$

4/ La primitive sur $]0, +\infty[$ de la fonction : $x \mapsto \dfrac{\ln x}{x}$, qui s'annule en 1 est

☐ $x \mapsto \dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ ☐ $x \mapsto 2\ln x$ ☐ $x \mapsto 2x\ln x$

Exercice N°2: (6 pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points $A(2,3,-1); B(4,0,2)$ et $C(3,2,1)$

1/a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) Calculer $\sin(B\hat{A}C)$ et $\cos(B\hat{A}C)$

c) Donner une équation cartésienne du plan (ABC) noté P

2/ Soit $Q = \left\{ M(x,y,z) \in \xi \text{ tel que } \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC} = 0 \right\}$

a) Montrer que Q est un plan dont une équation cartésienne est $3x - 4y + 5z = 0$

b) Montrer que P et Q sont sécantes suivant une droite Δ dont on donnera une représentation paramétrique

3/ Soit H le projeté orthogonale du point C sur (AB)

a) Calculer l'aire du triangle ABC

b) Déduire la distance CH

Exercice N°3: (5 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on donne les points A(1, 1, -2) ; B(1, 2, -2) et C(0, 1, 1).

1/a) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et déduire que les points A, B et C définissent un plan P

b) Déterminer une équation cartésienne de P

2/ Soit Q le plan perpendiculaire à (AC) passant par A

a) Donner une équation cartésienne de Q
b) Montrer que P et Q sont perpendiculaire suivant (AB)

3/ Soit S l'ensemble des points M(x, y, z) tels que : $x^2+y^2+z^2-2x-2y+4z+4=0$

a) Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre I et le rayon R
b) Caractériser $S \cap P$

Exercice N°4: (6 pts)

Soit f la fonction définie par $f(x)=-1+\sqrt{x^2+1}$

1/a) Déterminer le domaine de définition de f

b) Montrer que f est une fonction paire. Interpréter graphiquement ce résultat

2/ Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}_+$

3/a) Montrer que la droite $\Delta : y = x-1$ est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$

b) Etudier la position relative de ζ_f et Δ

4/ Tracer ζ_f et Δ dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

5/ Soit g la restriction de f sur $\mathbb{R}_+$

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $\mathbb{R}_+$
b) Tracer $\zeta_{g^{-1}}$ courbe représentative de la fonction g^{-1} dans le même repère
c) Dresser le tableau de variation de g^{-1}
d) Expliciter $g^{-1}(x)$ ainsi que $(g^{-1})'(x)$